

2011年2月17日実施

2011年度立命館大学大学院理工学研究科
博士課程前期課程
入学試験問題（専門科目）

物 理 型

【注意事項】

1. 解答は問題番号1、2、3・・・ごとに解答用紙1枚を使用すること。
2. 解答用紙には専攻名、(課程)、受験番号、氏名、問題番号を解答用紙すべてに記入すること。
3. 無記名答案は無効、問題用紙および解答用紙は持ち帰らないこと。
4. 解答用紙はホッチキス止めしてあるので、はずさないこと。
5. 専門科目の選択方法

問題用紙が事前に届け出ている型の問題であるか確認し、以下のような専門科目の選択方式に従って解答してください。

物 理 型： 以下の4問から2問選択。

- ①電磁気学
- ②量子力学
- ③力学
- ④統計力学

6. 専門科目試験時間

数学科・物理型 13:00～15:00(120分)試験時間中の途中退室は認めない。
数学科・物理型以外 13:00～16:00(180分)試験時間中の途中退室は認めない。

立命館大学大学院理工学研究科（博士課程前期課程）

[専門科目] 物理型

1～4の中から2問選択して解答すること。

1. 電磁気学

下記の問題を解く際に必要な記号、文字、等はそれらの定義を示してから用いること。また、式を展開する際には説明を記すように。

- 1) 四つの式からなる一組のマクスウェル方程式を書き、各式が表わしている物理的な意味を詳しく説明しなさい。ただし、単位は国際単位系を使うこと。
- 2) 1) の結果を用いて、真空中の電場についてのマクスウェルの波動方程式を導きなさい。

立命館大学大学院理工学研究科（博士課程前期課程）

[専門科目] 物理型

1～4の中から2問選択して解答すること。

2. 量子力学

一次元空間にポテンシャル

$$V(x) = 0 \quad (x < 0, x > l)$$
$$V(x) = \frac{4\hbar^2}{ml^2} \quad (0 \leq x \leq l)$$

があつて、 $x < 0$ の領域から波数 k ($k > 0$) を持つ粒子がやってくることを考える（ここで m は粒子の質量である）。すると、粒子は $0 \leq x \leq l$ にあるポテンシャルの山に当たつて、ある確率で反射されて $x < 0$ の領域に戻り、残る確率で $x > l$ の領域に透過する。次の問いに答えよ。なお、物理量を表す新しい文字を定義した上で用いても良い。

- (1) $x < 0, x > l$ および $0 < x < l$ それぞれの領域において、波動関数 $\phi(x)$ が満たすべきシュレーディンガー方程式を書け。
- (2) ポテンシャルの山の両側での波動関数

$$\phi(x) = A e^{ikx} + B e^{-ikx} \quad (x \leq 0)$$
$$\phi(x) = C e^{ikx} + D e^{-ikx} \quad (x \geq l)$$

の中の係数 $A \sim D$ の中で必ずゼロになるのはどれか。また、このポテンシャルの山による粒子の透過率と反射率を $A \sim D$ を使って表せ。

- (3) ポテンシャルの山の領域 ($0 \leq x \leq l$) における波動関数は

$$\phi(x) = F e^{i\alpha x} + G e^{-i\alpha x}$$

と書ける。

まず、粒子のエネルギー $\frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ がポテンシャルの山の高さ $\frac{4\hbar^2}{ml^2}$ より高いとする。

- (3-a) このとき、 α を求め、 α が実数と虚数のどちらであるかを答えよ。
- (3-b) $x = 0$ 及び $x = l$ での波動関数の連続性を利用して $A \sim D$ の間の比率を求め、ポテンシャルの山による粒子の透過率と反射率を求めよ。

次に、粒子のエネルギー $\frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ がポテンシャルの山の高さ $\frac{4\hbar^2}{ml^2}$ より低いとする。

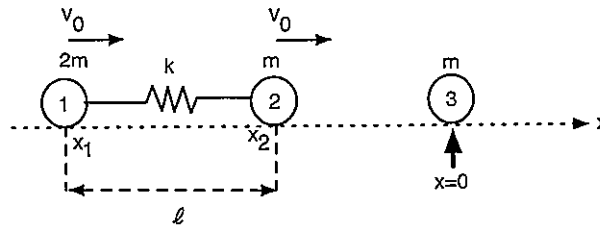
- (3-c) このとき、 α を求め、 α が実数と虚数のどちらであるかを答えよ。
 - (3-d) $x = 0$ 及び $x = l$ での波動関数の連続性を利用して $A \sim D$ の間の比率を求め、ポテンシャルの山による粒子の透過率と反射率を求めよ。
- (4) 粒子の透過率のエネルギー依存性の概要を図示せよ。

1～4の中から2問選択して解答すること。

3. 力学

下図のようにバネ定数 k 、自然長 ℓ の線形バネでつながれている球1(質量 $2m$)と球2(質量 m)があり、水平方向にある x 軸上を速度 v_0 ($v_0 > 0$) で等速直線運動している。時刻 t ($t < 0$) では、球1と球2は一定の距離 ℓ を保ちながら x 軸の正の方向に進んでいるのに対して、球3(質量 m)は x 軸の原点 ($x = 0$) に静止しているものとする。時刻 $t = 0$ で球2は静止している球3と弾性衝突し、球3はその直後 ($t > 0$) から x 軸の正の方向に運動をはじめた。

このとき以下の(1)から(6)の問いに答えよ。ただし、 x 軸上の原点からみたそれぞれの球の位置を x_1, x_2 とおき、バネでつながれた球1と球2の重心 G の位置を x_G で表すものとする。またバネの質量は無視できるほど小さいとし、球1, 球2, 球3の半径はすべて ℓ よりも十分小さいので、いずれも質点として扱えるものとする。さらにそれぞれの球に対する摩擦も無視できるほど小さいとし、 $t = 0$ の衝突後に球同士が衝突することはないものとする。



- (1) 球2と球3が衝突した直後における球3の速度, および衝突直後の球1と球2の重心 G の速度を求めよ。但し、球1とバネでつながれた球2が球3と衝突している間、バネの長さは変化せず、球2はあたかも球1から切り離されているかのように、球3と弾性衝突するものとする。
- (2) 球1と球2に対する運動方程式をそれぞれ求めよ。
- (3) 時刻 t における位置 $x_G = x_G(t)$ を、衝突前後のそれぞれに対して具体的に求めよ。
- (4) 相対座標 x を $x = x_2 - x_1$ としたとき、時刻 t における相対座標 $x = x(t)$ を具体的に求めよ。
- (5) 時刻 t における球1と球2の座標 $x_1 = x_1(t)$ と $x_2 = x_2(t)$ を実際に求めよ。球1と球2の x 座標の時間変化について横軸を時間 (t)、縦軸を (x) としてグラフをかき、可能な限り詳しくグラフに説明を加えよ。
- (6) 衝突後 ($t > 0$) に球1と球2が最接近したときの距離が $\frac{\ell}{2}$ となるために必要な速度 v_0 を求めよ。

立命館大学大学院理工学研究科（博士課程前期課程）

[専門科目] 物理型

1～4の中から2問選択して解答すること。

4. 統計力学

1. 剛体衝突をする気体分子の速度分布(マクスウェル分布)を書きなさい。
2. 上の分布から、大きさが無視出来る単原子分子からなる気体のエネルギーを求めなさい。