2010年8月26日実施

２０１１年度立命館大学大学院理工学研究科
博士課程前期課程
入学試験問題（専門科目）

電子システム型

【注意事項】

1．解答は問題番号1、2、・・ごとに解答用紙1枚を使用して下さい。
2．受験番号、氏名、問題番号を解答用紙すべてに記入して下さい。
3．無記名答案は無効、問題用紙および解答用紙の持ち帰りは認めていません。
4．解答用紙はホッチキス止めしてあるので、はずさないで下さい。
5．専門科目の選択方法
問題用紙が事前に届け出ている型の問題であるか確認し、以下のような専門科目の選択方式に従って解答してください。

電子システム型：以下の数学・専門科目群の9問から4問選択。

◇数学

①数学Ⅰ：行列、ベクトル解析
②数学Ⅱ：複素関数
③数学Ⅲ：微分方程式、フーリエ解析

◇専門科目群

④電磁気学：静電界、定常電流による磁界、電磁誘導
⑤物性／半導体：結晶構造、X線回折、格子振動、電気伝導、pn接合、
金属-半導体接合、光物性
⑥電気回路：直流・交流回路
回路の方程式（キルヒホッフの法則、閉路方程式、節点方程式など）
回路の諸定理（重ねの理、テブナンの定理）
四端子回路（二端子対回路）
⑦アナログ電子回路：トランジスタ、等価回路
⑧論理回路：ブール代数、論理ゲート、組合せ回路、順序回路
⑨計算機ソフトウェア：プログラミング、アルゴリズムとデータ構造

6．専門科目試験時間
数学型・物理型
１３：００～１５：００（１２０分）試験時間中の途中退室は認めていません。
数学型・物理型以外
１３：００～１６：００（１８０分）試験時間中の途中退室は認めていません。

立命館大学大学院理工学研究科（博士課程前期課程）

［専門科目］電子システム型

<u>１～９の中から４問選択して解答すること。</u>

１．数学Ⅰ

次の各問いに答えよ． 以下で i、j、k はそれぞれ x、y、z 方向の単位ベクトルを表す。導出過程も示すこと．

（１） ベクトル $V = (x^2+yz+4x+2y+az)\,i + (y^2+bzx+2x-5y)\,j + (2z^2+cxy+4x+3z)\,k$ が $\mathrm{rot}\,V = 0$ を満たすように、定数 a、b、c を定めよ．

（２） ベクトル $B = B_x i + B_y j + B_z k$ について $\mathrm{div}\,B$ を求めよ．
ただし、$B_x \equiv x^2y^2+\sin(x-z)+xz\exp(-z)$、$B_y \equiv -xy^3-yz\exp(-z)$、$B_z \equiv xy^2z+\sin(x-z)$ である．

（３） 前問のベクトル成分 B_x、B_y、B_z について、次の線積分 A_x と A_y を求めよ．

① $A_y = -\int_{(x,y,0)}^{(x,y,z)} B_x\,dz$、　② $A_x = -\int_{(x,0,0)}^{(x,y,0)} B_z\,dy + \int_{(x,y,0)}^{(x,y,z)} B_y\,dz$

ただし、(x,y,z) 等は積分路の端点を表す．

立命館大学大学院理工学研究科（博士課程前期課程）

［専門科目］電子システム型

１～９の中から４問選択して解答すること。

２．数学Ⅱ

以下の問題に答えよ (ただし，$z = x + iy$ であり，x と y は実数で，i は虚数単位とする).

(1) 次の関数 $f(z)$ が複素数平面の全域で正則となるように係数 a，b，c を定め，導関数 $f'(z)$ を求めよ.

$$f(z) = 3ax^2 - by^2 + cy + i(3xy - 2ax)$$

(2) 経路 C に沿って，次の複素積分を求めよ.

(a) $$\int_C \frac{-2i}{(z+i)(z^2+1)}\,dz, \qquad C:\ |z+i| = 1$$

(b) $$\int_C \frac{z+\pi}{2z^2+\pi z}\,dz, \qquad C:\ |z| = 2$$

立命館大学大学院理工学研究科（博士課程前期課程）

［専門科目］電子システム型

1～9の中から4問選択して解答すること。

3．数学Ⅲ　次の設問に答えよ．

(1) 以下の2階線形微分方程式 (1) の初期値問題の解を求めるため，以下の設問に答えよ．
(ただし，$y' = \frac{dy(x)}{dx}$, $y'' = \frac{d^2y(x)}{dx^2}$, を表わす)

$$y'' + 4y = 2\cos x, \qquad y(0) = 2, \;\; y'(0) = 4 \tag{1}$$

(a) まず，同次微分方程式:

$$y'' + 4y = 0$$

の特性方程式を示し，その根から，2つの基本解 $y_1(x), y_2(x)$ を求めよ．

(b) (1) 式の非同次微分方程式の特殊解 $y_p(x)$ を求めよ．

(c) したがって，一般解 $y(x)$ は，c_1, c_2 を定数とすると

$$y(x) = c_1 y_1(x) + c_2 y_2(x) + y_p(x)$$

で与えられる．最後に，初期条件: $y(0) = 2,\;\; y'(0) = 0$ を満たす解 $y(x)$ を求めよ．

(2) 周期Tの周期関数 $f(t) : (f(t+T) = f(t))$ に対する，フーリエ級数展開および複素フーリエ級数展開は以下で与えられる．

$$\begin{aligned} f(t) &= \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos\frac{2\pi}{T}kt + \sum_{k=1}^{\infty} b_k \sin\frac{2\pi}{T}kt \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{i\frac{2\pi}{T}kt} \\ &= c_0 + \sum_{k=1}^{\infty}\left[c_{-k}e^{-i\frac{2\pi}{T}kt} + c_k e^{i\frac{2\pi}{T}kt}\right] \end{aligned}$$

(a) $k,\ m$ を整数とするとき

$$\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} e^{i\frac{2\pi}{T}(k-m)t}dt = \begin{cases} 1, & (m = k) \\ 0, & (m \neq k) \end{cases}$$

であることを示し，$c_k\ (k = 0, \pm1, \pm2, \cdots)$ を $f(t)$ の積分形で表せ．

(b) a_0，a_k，$b_k\ (k = 1, \ldots)$ を c_0; c_k，$c_{-k}\ (k = 1, \ldots)$ で表わせ．

(c) $f(t)$ が周期 $(T = 2\pi)$ の以下の周期関数のとき，c_0 の値を求めよ．

$$f(t) = \begin{cases} t + \pi & (-\pi \leq t \leq 0) \\ -t + \pi, & (0 \leq t \leq \pi) \end{cases}$$

立命館大学大学院理工学研究科（博士課程前期課程）

［専門科目］電子システム型

1～9の中から4問選択して解答すること。

4．電磁気学

(1) 一辺の長さが l [m]の正三角形の頂点 A，B，C に，q，q，$-q$ の点電荷をそれぞれ置く．頂点 B の点電荷が受けるクーロン力の方向と大きさを求めよ．空間の誘電率を ε_0 [F/m]とする．

(2) 図 1 に示すような，半径が a, b [m]の 2 つの球殻からなる同心球コンデンサについて考える ($a<b$)．2 つの球殻の間には，誘電率が ε_1，ε_2 [F/m]の 2 種類の誘電体が，その境界が半径 c の球となるように存在している ($a<c<b$)．内側の球殻には合計 $+Q$ [C]の電荷が，外側の球殻には合計 $-Q$ [C]の電荷が一様に分布している．球殻の厚さは無視する．以下の問いに答えよ．

(a) 球の中心からの距離を r [m]とするとき，$a>r$，$a<r<c$，$c<r<b$，$b<r$ の各点について，電場 E [N/C]を求めよ．

(b) 2 つの球殻の電位差 ϕ [V]を求めよ．

(c) 同心球コンデンサの静電容量 C[F]を求めよ．

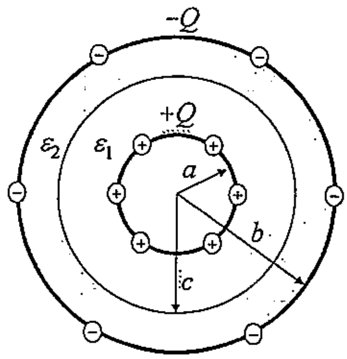


図 1

(3) 図 2 に示すように，x-y-z 空間の原点 O に，質量 m [kg]，電荷 q [C]の荷電粒子が存在している ($q>0$)．z 軸の正方向には磁束密度 B [Wb/m^2]の磁場が一様にかかっている．荷電粒子に対し，時刻 $t=0$ [s]において，y 軸の正方向に初速度 v [m/s]を与えると，荷電粒子は半径 r [m]の等速円運動を行った．以下の問いに答えよ．

(a) 荷電粒子の運動方程式を示せ．

(b) 円運動の半径 r [m]と周期 T [s]を求めよ．

(c) 時刻 t [s]における荷電粒子の座標を求めよ．

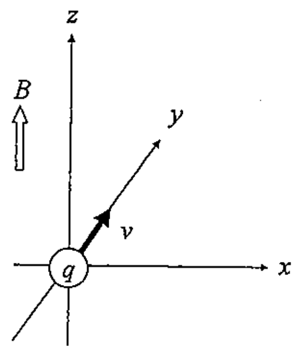


図 2

立命館大学大学院理工学研究科（博士課程前期課程）

［専門科目］電子システム型

1～9の中から4問選択して解答すること。

5．物性／半導体

解答は以下の物理量を用いて計算しなさい。環境ならびにデバイスの温度は室温（T=300 K）を想定せよ。

- Si の真性キャリア濃度：$N_i=1.5\times10^{16}$ m^{-3}
- 素電荷：$q=1.6\times10^{-19}$ C
- ボルツマン定数：$k_B=1.38\times10^{-23}$ J/K
- $k_BT/q=0.026$ V（T は絶対温度）

なお、解答用紙にはできる限り式を書くこと。式が正しければ正解でなくとも部分点を与えることがある。単位がある数値を答える問題については、すべて単位を記入すること。

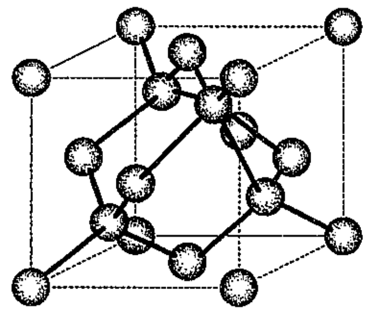


図 1: ダイアモンド型の結晶構造図

(1) Si 結晶は図 1 に示すような単位格子をしており、いわゆるダイアモンド構造である。このことに関して、以下の問いに答えなさい。

a. 単位格子中に存在する Si の原子数が 8 であることを導きなさい。

b. 1 cm^3 の単位体積あたりに存在する Si 原子の個数を求めなさい。ただし、Si の格子定数 a は 0.543 nm、$a^2=2.95\times10^{-19}$ m^2、$a^3=1.60\times10^{-28}$ m^3 としなさい。なお、格子定数とは単位格子の大きさを意味し、図 1 では点線で描かれた立方体の一辺の長さであることに留意しなさい。

c. 最隣接の Si 原子間距離 d を格子定数 a で表しなさい。

d. Si 原子の充填率を求めなさい。

(2) ドナー濃度 $N_D=1.0\times10^{23}$ m^{-3} の N 形 Si と、アクセプタ濃度 $N_A=4.5\times10^{22}$ m^{-3} の P 形 Si を用いて階段形 PN 接合を形成した。このとき、以下の問いに答えなさい。なお、必要であれば次の値を用いてもよい。

- ln 2=0.693
- ln 3=1.10
- ln 5=1.61

a. N 形 Si について、その少数キャリア濃度を求めなさい。

b. P 形 Si の多数キャリアである正孔濃度 p について、真性キャリア濃度 N_i、フェルミ準位 E_i および E_F、ボルツマン定数 k_B、ならびに絶対温度 T を用いて表し、これより P 形 Si のフェルミ準位 E_F と真性フェルミ準位 E_i との差を求めなさい。

c. 形成した PN 接合の拡散電位 V_{bi} を求めなさい。

立命館大学大学院理工学研究科（博士課程前期課程）

［専門科目］電子システム型

<u>１～９の中から４問選択して解答すること。</u>

6．電気回路

図１はキャンベルブリッジ回路と呼ばれる。二つのコイルの自己インダクタンスは，それぞれL_1，L_2である。Cの値は既知とする。以下の問に答えよ。

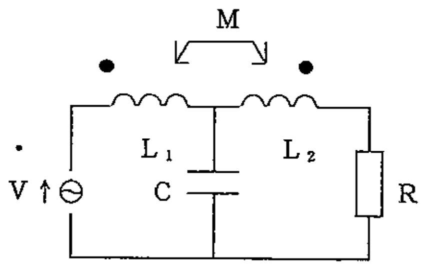


図１．キャンベルブリッジ回路

（１）図１における二つの ● の意味を述べよ。

（２）二つのコイルの巻き方がわかる図を描け。

（３）解答用紙に図１を描け。

（ａ）回路図上において電流を定義せよ。

（ｂ）二つの回路方程式を導け。

（４）Mを可変にしてRの電流を零とすれば，このときのMの値から交流の角周波数が測定できる。角周波数ωを求める式を導け。

立命館大学大学院理工学研究科（博士課程前期課程）

［専門科目］電子システム型

1～9の中から４問選択して解答すること。

7．アナログ電子回路

［1］次の問いに答えなさい。

1）図1の回路では、反転入力端子は仮想接地（イマージナル・ショート）になることを解説しなさい。
（適時、図や数式の利用可）

2）図1における出力 v_o を導出しなさい。

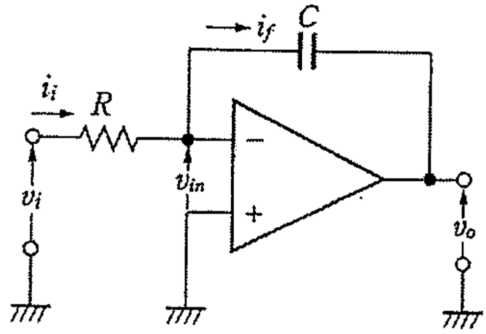


図1　OP アンプによる積分回路

［2］図2を参照し、次の問いに答えなさい。

1）図中の結合コンデンサ C_1，C_2 とバイパスコンデンサ C_E の役割について解説しなさい。

2）入力信号に対して、出力信号が位相反転する理由について解説しなさい。

（適時、図や数式の利用可）

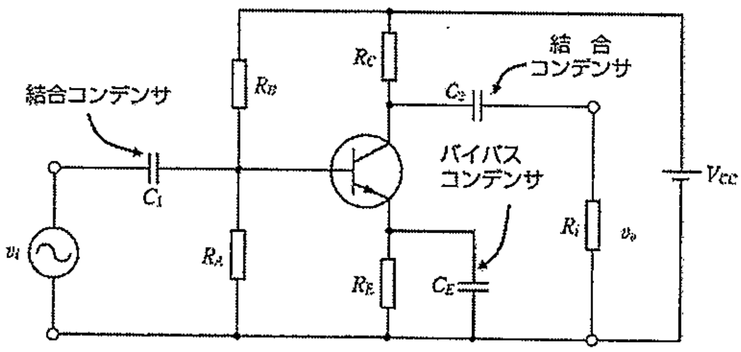


図2　小信号トランジスタ増幅回路（電流帰還形）

以上

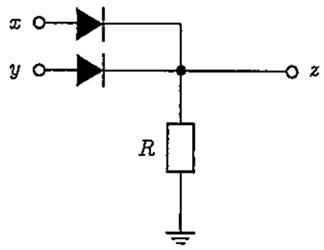
立命館大学大学院理工学研究科（博士課程前期課程）

［専門科目］電子システム型

1～9の中から4問選択して解答すること。

8．論理回路

(1) 2個のダイオードが抵抗 R に接続された下図の回路について，次の問いに答えよ．



(a) 入力端子 x, y に印加する電圧を 0V と 5V とする．入力端子 x, y における電圧と，出力端子 z における電圧の関係を示せ．ただし，ダイオードにおける電圧降下を 0.7V とする．

(b) 正論理における真理値表を示せ．

(c) この回路は，正論理において，どのような演算を表すか．

(d) 負論理における真理値表を示せ．

(e) この回路は，負論理において，どのような演算を表すか．

(f) 正論理における論理式において，すべての変数を否定して，負論理における論理式を導け．

(2) 2値変数 x_1, x_2 を変数とする論理関数 $F(x_1, x_2)$ に対して，次式が成り立つことを証明せよ．

$$F(x_1,x_2) = [F(0,0)+x_1+x_2]\,[F(0,1)+x_1+\bar{x}_2]\,[F(1,0)+\bar{x}_1+x_2]\,[F(1,1)+\bar{x}_1+\bar{x}_2]$$

(3) 状態 Q_a, Q_b に対して $Q_a \sim Q_b$ であるとき，状態遷移関数 δ について

$$\delta(X_p, Q_c) = Q_a \text{ かつ } \delta(X_p, Q_d) = Q_b$$

となる入力 X_p が存在すれば，状態 Q_c, Q_d に対して $Q_c \sim Q_d$ であることを証明せよ．

立命館大学大学院理工学研究科（博士課程前期課程）

［専門科目］電子システム型

<u>１～９の中から４問選択して解答すること。</u>

９．計算機ソフトウェア

Dijkstra のアルゴリズムを用いて，有向グラフ $G=(V, E)$（節点(node)集合 $V=0, 1, \cdots, n-1$，枝(edge)集合 E ）の節点０を出発点として，残りの節点までの最短距離を求めるプログラムをＣ言語で記述したものを以下に示す．

```
#define NODE_NUM     6
int main(void)
{
  int C[][NODE_NUM] = {
    { -1, 45, 12, -1, -1, -1},
    { -1, -1,  7, -1, -1, 14},
    { -1, -1, -1, 12,  5, 26},
    { -1, -1, -1, -1, -1,  8},
    { -1,  9, -1, -1, -1, -1},
    { -1, -1, -1, -1,  2, -1}};
  int D[NODE_NUM];
  int S[NODE_NUM];
  int i, j, w;

  S[0] = 1;    D[0] = 0;
  for(i = 1; i < NODE_NUM; i++) {
    D[i] = C[0][i];
    S[i] = 0;
  }
  for(i = 1; i < NODE_NUM; i++) {
    /*[ X ]*/
    w = -1;
    for(j = 1; j < NODE_NUM; j++) {
      if((S[j] == 0) && (D[j] > 0)) {
        if((w == -1) || [    A    ])
          w = j;
      }
    }
    S[w] = 1;
    for(j = 1; j < NODE_NUM; j++) {
      if(C[w][j] > 0) {
        if((D[j] < 0)  || [    B    ])
          D[j] = D[w] + C[w][j];
      }
    }
  }
}
```

Dijkastra のアルゴリズムでは，出発点からの最短距離がわかっている節点の集合 S を保持しており，最初 S には，出発点だけを入れておく．各ステップで，S に入っていない節点の中から，出発点からの距離が最も小さい節点 w を S に付け加える．また，配列 D を用いて，$D[i]$ には節点 i への現在の最短距離を入れる．すべての節点が S に入ったとき，D には出発点から各節点への最短距離が示される．（上記のプログラムでは集合 S を配列Ｓとして代用している）

(1) ～ (4)の設問に答えよ．

(1) 配列Ｃは，有向グラフの枝を初期値として設定している．C[i][j]の値が節点ｉから節点ｊまでの距離を表している．C[i][j]が負の値ならば，節点ｉから節点ｊへの枝はないとする．この有向グラフを図示せよ．図には，節点番号，距離を含めること．ただし，距離を図に反映させなくてよい．

(2) 空欄 $\boxed{\quad A \quad}$, $\boxed{\quad B \quad}$ にあてはまる適切な式を答えよ．

(3) プログラム中の $\boxed{X}$ の時点での配列Ｓ，Ｄの値を示しながら，配列の各要素が変化していく様子を示せ．また，節点０から残りの各節点への最短距離を示せ．

(4) 節点数を n として，このプログラムのアルゴリズムで節点０から残りの各節点への最短距離を求める場合の計算量のオーダーを答えよ．また，計算量を減らすにはデータ構造をどのように変更すべきかを示せ（複数可）．