2010 年 8 月 26 日実施

２０１１年度立命館大学大学院理工学研究科
博士課程前期課程
入学試験問題（専門科目）

物　理　型

【注意事項】

1. 解答は問題番号１、２、・・ごとに解答用紙１枚を使用して下さい。
2. 受験番号、氏名、問題番号を解答用紙すべてに記入して下さい。
3. 無記名答案は無効、問題用紙および解答用紙の持ち帰りは認めていません。
4. 解答用紙はホッチキス止めしてあるので、はずさないで下さい。
5. 専門科目の選択方法
   問題用紙が事前に届け出ている型の問題であるか確認し、以下のような専門科目の選択方式に従って解答してください。

物　理　型：以下の４問から２問選択。
①電磁気学
②量子力学
③力学
④統計力学

6. 専門科目試験時間
   数学型・物理型
   １３：００～１５：００（１２０分）試験時間中の途中退室は認めていません。
   数学型・物理型以外
   １３：００～１６：００（１８０分）試験時間中の途中退室は認めていません。

立命館大学大学院理工学研究科（博士課程前期課程）

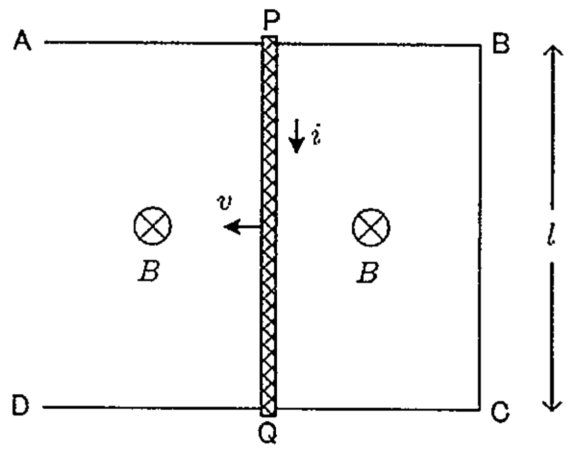
［専門科目］物理型

１～４の中から２問選択して解答すること。

1．電磁気学

図のような抵抗を無視できる導線 ABCD が一様な磁場 B に垂直に置いてある。AB と CD は平行で、その間の距離を l とする。導線上を質量 m の金属棒 PQ が摩擦なく滑る。時刻 $t=0$ において棒 PQ は、速度 v_0 で左に向かって滑っているとする。PQ 間の抵抗を R として、次の問いに答えよ。

(1) 金属棒 PQ が左へ向かって速度 v で進んでいる時、PQ 間の起電力を求めよ。
(2) このとき金属棒 PQ を流れる電流 i を求めよ。
(3) このとき金属棒 PQ が磁場 B から受ける力を求めよ。
(4) 金属棒 PQ の速度 v を時刻 t の関数として求めよ。
(5) 金属棒 PQ が止まるまでに進む距離を求めよ。
(6) 金属棒 PQ が止まるまでに発生するジュール熱を求めよ。
(7) この運動に関するエネルギー保存則について考察せよ。



立命館大学大学院理工学研究科（博士課程前期課程）

［専門科目］物理型

1～4の中から2問選択して解答すること。

2．量子力学

質量 m の粒子に対する3次元のシュレーディンガー方程式：

$$-\frac{1}{2m}\Delta\psi(\boldsymbol{x})+V(\boldsymbol{x})\psi(\boldsymbol{x})=E\psi(\boldsymbol{x}),$$

を考える。ポテンシャル $V(\boldsymbol{x})$ を球対称な3次元井戸型ポテンシャル；

$$V(\boldsymbol{x})=\begin{cases}0 & (0\le r\le R)\\ V_0 & (r>R)\end{cases}\qquad (V_0,\ R\text{ は正の定数},\quad r\equiv|\boldsymbol{x}|)$$

として，以下の問いに答えよ。なお，本問では数式を単純化するため $\hbar=1$ となる単位系を採用する。

(1) $V_0=+\infty$ とする。基底状態のエネルギー固有値と規格化された固有関数を求めよ。

【ヒント：球対称ポテンシャルのもとでは基底状態は軌道角運動量がゼロの状態（「S波」）と考えてよい。また $\chi(\boldsymbol{x})\equiv r\psi(\boldsymbol{x})$ とおいてみよ。】

(2) V_0 が正の有限値である場合，領域 $0\le r\le R$ 及び $r>R$ における波動関数の接続条件を考察することによって，S波の束縛状態（$0\le E<V_0$）に対しエネルギー固有値を決める方程式を導け。

(3) V_0 が非常に大きな正の値である場合，基底状態のエネルギー固有値は，(1) で求めた値に非常に近い値を取ると考えられる。(2) で導いた方程式において，$\eta\equiv\frac{1}{\sqrt{2mV_0}R}$ を微小量とみなす近似を行い，基底状態のエネルギーを η の1次の order まで評価せよ。

(4) V_0 が非常に小さな正の値である場合，量子的なゆらぎの効果のために粒子はポテンシャルの井戸に trap されず，束縛状態は1個も生成されない。

$$V_0<V_c \iff \text{S 波の束縛状態が存在しない。}$$

となる V_0 の「臨界値」V_c を求めよ。

もし必要であれば，以下の3次元極座標（球座標）に関する公式を詳しい説明なしに利用してよい；

$$\boldsymbol{x}=(x,y,z),\quad x=r\sin\theta\cos\varphi,\quad y=r\sin\theta\sin\varphi,\quad z=r\cos\theta,$$
$$(r\ge 0,\ 0\le\theta\le\pi,\ 0\le\varphi<2\pi),$$
$$\Delta\equiv\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\equiv\frac{\partial^2}{\partial r^2}+\frac{2}{r}\frac{\partial}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\Lambda\equiv\frac{1}{r}\frac{\partial^2}{\partial r^2}r+\frac{1}{r^2}\Lambda,$$
$$\Lambda\equiv\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\right)+\frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}.$$

立命館大学大学院理工学研究科（博士課程前期課程）

［専門科目］物理型

1～4の中から2問選択して解答すること。

3．力学

結晶内格子原子の熱振動について考えよう。簡単のため2原子系を考え、その原子間ポテンシャルが次のように表わせたとする。

$$U(r) = -\frac{a}{r} + \frac{b}{r^2} \qquad (a = 1.0\,\mathrm{eV\cdot\AA},\ b = 1.0\,\mathrm{eV\cdot\AA^2})$$

以下の問いに答えよ。

（1）　$U(r)$ の形を描け（正確でなくてよい）。

（2）　$U(r)$を極小化する r の値を求めよ。

（3）　質量 $m = 3.2 \times 10^{-24}\,g$ をもつ1つの原子が $U(r)$の極小値を与える点（ r_0 ）のまわりで微小振動している。この振動の周期を求めよ。

（4）　今、上記原子が平均運動エネルギー $<T> = 0.005$ eV をもてば、その原子の自乗平均の平方根値はいくらになるか。ここで、調和振動子に対する Virial 定理 $<T> = <U>$ を使用してよい。

単位に注意：(1 eV = 1.6×10^{-19} J = 1.6×10^{-12} erg , 1 Å = 1×10^{-8} cm)

立命館大学大学院理工学研究科（博士課程前期課程）

［専門科目］物理型

1～4の中から2問選択して解答すること。

4．統計力学