

2010年2月11日実施

2010年度立命館大学大学院理工学研究科  
博士課程前期課程  
入学試験問題（専門科目）

機械システム型

【注意事項】

1. 解答は問題番号1、2、3・・・ごとに解答用紙1枚を使用すること。
2. 解答用紙には専攻名、課程、受験番号、氏名、問題番号を解答用紙すべてに記入すること。
3. 無記名答案は無効、問題用紙および解答用紙は持ち帰らないこと。
4. 解答用紙はホッチキス止めしてあるので、はずさないこと。
5. 専門科目の選択方法  
問題用紙が事前に届け出ている型の問題であるか確認し、以下のような専門科目の選択方式に従って解答してください。

機械システム型：線形代数、解析学、力学から3問必答、  
および以下の7問から2問選択。  
材料力学、熱力学、流体力学、電気電子工学、制御工学、生産加工学、  
ロボット機構学。

6. 専門科目試験時間

- 数学科型・物理型 13:00～15:00(120分)試験時間中の途中退室は認めない。  
数学科型・物理型以外 13:00～16:00(180分)試験時間中の途中退室は認めない。

立命館大学大学院理工学研究科（博士課程前期課程）

[専門科目]機械システム型

1.線形代数、2 解析学、3 力学は必ず解答し、4~10の中から2問選択して解答すること。

1.線形代数

$a$  を実数とし、2次平方行列  $A_{11}$ 、 $A_{22}$  において  $A_{11} = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ 、 $A_{22} = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 1 & a \end{pmatrix}$  とする。また  $\mathbf{O}$  を2次零行列、 $A_{12}$  を任意の2次平方行列とし、4次平方行列  $A = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ \mathbf{O} & A_{22} \end{pmatrix}$  とする。

- (1) 行列  $A_{11}$ 、 $A_{22}$  の行列式  $|A_{11}|$ 、 $|A_{22}|$  を求めよ。
- (2) 行列  $A$  の行列式  $|A|$  を、 $a$  を使ってあらわせ。
- (3)  $c$  を実数としたとき、行列  $cA$  の行列式  $|cA|$  を求めよ。
- (4) 行列  $A$  の階数 (rank) が4となるための実数  $a$  の条件を求めよ。
- (5) 行列  $A_{22}$  の階数が、0でない固有値の数と一致することを示せ。

2.解析学

時刻  $t$  の関数  $x(t), y(t)$  が

$$\begin{aligned}x(t) &= e^{-3t} \cos 4t, \\y(t) &= e^{-3t} \sin 4t\end{aligned}$$

で与えられる。このとき以下の問いに答えよ。

- (1) 関数  $x(t), y(t)$  の時間微分  $\dot{x}(t), \dot{y}(t)$  を求めよ。
- (2) 次式が成り立つことを示せ。

$$\dot{x}^2 + \dot{y}^2 = 25 e^{-6t}$$

- (3) 関数  $x(t), y(t)$  の二階時間微分  $\ddot{x}(t), \ddot{y}(t)$  を求めよ。
- (4) 時刻 0 から  $t$  までの関数  $x(t), y(t)$  の積分を  $X(t), Y(t)$  とおく。すなわち

$$X(t) = \int_0^t x(\tau) d\tau, \quad Y(t) = \int_0^t y(\tau) d\tau$$

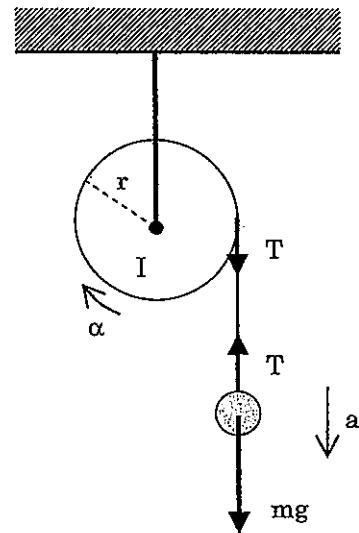
とする。このとき次式が成り立つことを示せ。

$$\begin{aligned}4X(t) - 3Y(t) &= e^{-3t} \sin 4t, \\3X(t) + 4Y(t) &= 1 - e^{-3t} \cos 4t.\end{aligned}$$

3.力学

下図のように、半径  $r$ 、慣性モーメント  $I$  の滑車に質量  $m$  のおもりをひもで取り付けたあとゆっくりと放す。ただしひもの重さはなく、ひもは滑車を滑らないとする。重力加速度を  $g$  として下記の問いに答えよ。

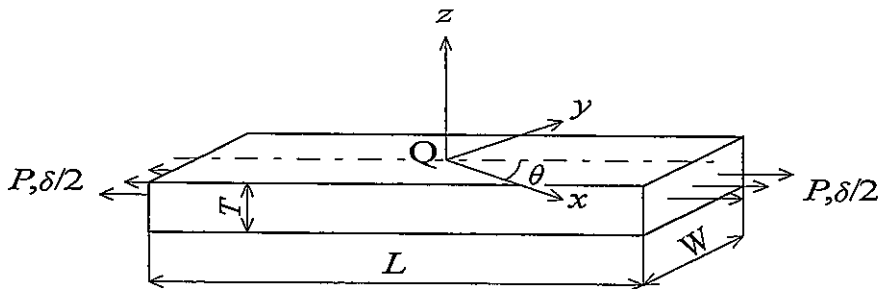
- (1) おもりの加速度を  $a$ 、ひもにはたらく張力を  $T$  としたときのおもりの運動方程式を表せ。
- (2) 張力によって滑車にはたらくモーメントはいくらか。
- (3) 滑車の角加速度を  $\alpha$  としたときの滑車の回転運動の方程式を表せ。
- (4) おもりの加速度  $a$  と、滑車の角加速度  $\alpha$  の関係を式で表せ。
- (5) 糸の張力  $T$  を、 $m$ 、 $I$ 、 $r$ 、 $g$  で表せ。



## 4.材料力学

下図に示すように、板幅  $W = 20 \text{ mm}$ 、板厚  $T = 10 \text{ mm}$ 、長さ  $L = 100 \text{ mm}$ の平板状の線形弾性固体が、荷重  $P$  を受け、伸び  $\delta$  を生じた。この固体表面のある点Qの応力状態およびひずみ状態を検討するために、 $z$  軸が点Qにおける固体表面の法線となり、荷重  $P$  の作用方向と  $x$  軸とのなす角  $\theta$  が  $30^\circ$  となるよう直交座標系  $x-y-z$  を定義したところ、応力  $\sigma_x = 60 \text{ MPa}$  であることが明らかになった。この固体のヤング率  $E$  を  $200 \text{ GPa}$ 、ポアソン比  $\nu$  を  $0.3$  として、以下の問いに答えよ。ただし、 $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$  はそれぞれ  $x$  軸を法線とする面に作用する  $x$  方向の垂直応力、 $y$  軸を法線とする面に作用する  $y$  方向の垂直応力、 $z$  軸を法線とする面に作用する  $z$  方向の垂直応力、 $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$  はそれぞれ  $x$  軸を法線とする面に作用する  $x$  方向の垂直ひずみ、 $y$  軸を法線とする面に作用する  $y$  方向の垂直ひずみ、 $z$  軸を法線とする面に作用する  $z$  方向の垂直ひずみを表す。

- (1) 点 Q における最大主応力  $\sigma_{\max}$  および最小主応力  $\sigma_{\min}$  を求めよ。
- (2) 点 Q における垂直応力  $\sigma_y$  および  $\sigma_z$  を求めよ。
- (3) この固体に作用する荷重  $P$  を求めよ。
- (4) 点 Q における最大主ひずみ  $\varepsilon_{\max}$  および最小主ひずみ  $\varepsilon_{\min}$  を求めよ。
- (5) 点 Q における垂直ひずみ  $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$  を求めよ。
- (6) この固体の伸び  $\delta$  を求めよ。



立命館大学大学院理工学研究科（博士課程前期課程）

[専門科目]機械システム型

5.熱力学

定容比熱が  $c_v = 2R$  ( $R$  はガス定数) で表される気体について、以下の問いに答えよ。

(1) この気体の定圧比熱  $c_p$  を求めよ。

(2) この気体の断熱指数  $\kappa$  はいくらか。

(3) この気体を容積  $v_1$  から  $v_2$  まで、 $v_1/v_2 = 8$  となるように断熱的に圧縮した。  $p_1 = 0.1$  MPa の場合、圧縮後の圧力  $p_2$  を求めよ。

また、圧縮後と圧縮前の温度比  $T_2/T_1$  はいくらか。ただし、 $\sqrt{2} = 1.4$  として計算せよ。

(4) 上記圧縮過程において、 $v_1 = 1$  m<sup>3</sup>/kg として圧縮仕事を求めよ。

立命館大学大学院理工学研究科（博士課程前期課程）

[専門科目]機械システム型

6.流体力学

1. ポテンシャル理論とは何か説明せよ.

2. ナビアーストークス方程式を解析的に解く方法について説明せよ.

3. 流体の粘性係数を測定する方法を説明せよ.

4. ゴルフボールにディンプル（くぼみ）が付いていると、より遠くまでこのボールは飛んでいく。これはなぜか説明せよ.

7.電気電子工学

(1) バイポーラトランジスタを用いた図1の回路について下記の問いに答えなさい。図1のトランジスタの電流増幅率はそれぞれ  $h_{fe1}$ 、 $h_{fe2}$  である。

- 1)  $i_{e1} = h_{fe1} \cdot i_b$  の関係にあることを用いて、 $i_{e1}$  を求めなさい。
- 2)  $i_e$  を  $h_{fe2}$  と  $i_{e1}$  を用いて表しなさい。
- 3)  $i_e$  と  $i_b$  の関係を求めなさい。
- 4)  $i_b = 25 \mu A$ 、 $h_{fe1} = 100$ 、 $h_{fe2} = 200$  のとき、 $i_e$  の値を求めなさい。

(2) バイポーラトランジスタを用いた図2の回路について下記の問いに答えなさい。図2の回路の二つのトランジスタは特性が等しい。

- 1)  $i_{e1}$  と  $i_{e2}$  の関係を求めなさい。図2において、二つのトランジスタのベースが共通、エミッタが接地されていることに着目すると良い。
- 2)  $i_1$  と  $i_2$  の関係を求めなさい。コレクタ電流がベース電流に対して十分大きいことを利用すると良い。

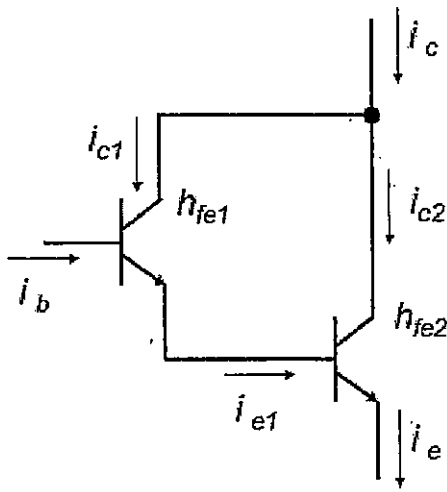


図1

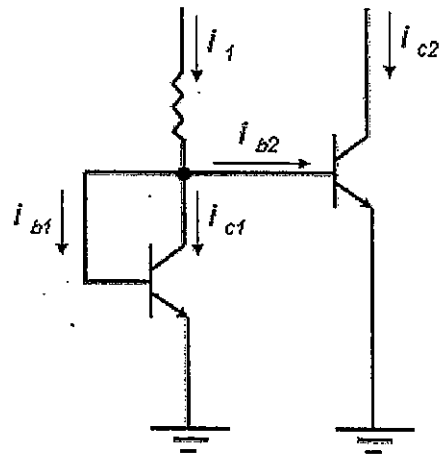


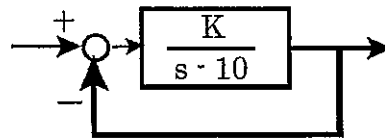
図2

8. 制御工学

以下に示すブロック線図で与えられるフィードバック制御系が安定であるための正数  $K$  の範囲をつぎの2つの方法で求めよ。

(1) 特性方程式の根による方法

(2) 一巡伝達関数のベクトル軌跡を描き、ナイキストの安定判別定理による方法



フィードバック制御系

9. 生産加工学

空欄に適切な語句や数式を入れて、生産加工に関する以下の文章を完成させなさい。

金属素材の断面積や形状を変化させる代表的な加工法として押し出し加工がある。押し出し加工の特徴を3つ記述すると、

- ① \_\_\_\_\_
- ② \_\_\_\_\_
- ③ \_\_\_\_\_

である。これに対して、図は金属の断面積や形状を変化させる（④ \_\_\_\_\_）加工と呼ばれる加工法の模式図である。この加工法は（⑤ \_\_\_\_\_）と呼ばれる先細勾配がついた穴を有する工具の間に金属棒の素材を通して、力Fを作用させることにより素材の断面積や形状を変化させて形成するものである。

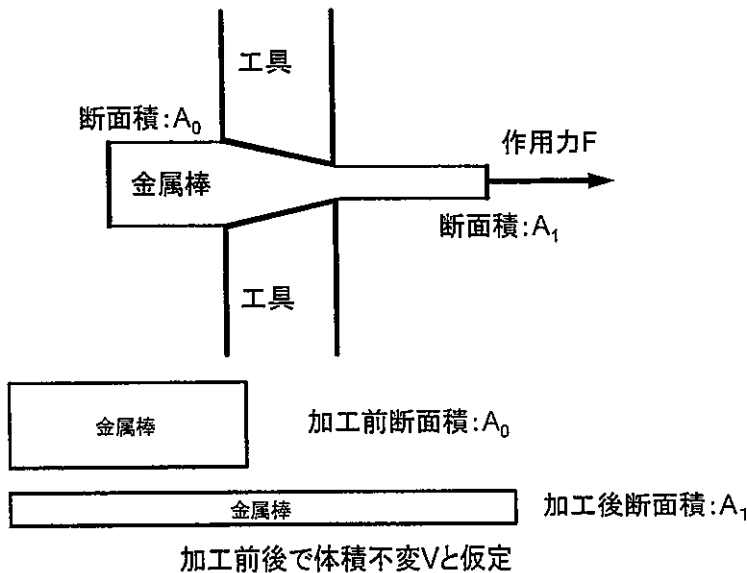
以下では、この加工に必要な力Fの大きさを概算する力学モデルを考えよう。ただし、工具と金属棒の摩擦力や塑性拘束を無視し、金属棒は剛完全塑性体（加工中、降伏応力が一定で弾性変形や加工硬化を無視してよい）と仮定する。そのため、金属棒の体積Vは加工中不変である。また、金属棒の加工前と加工後の断面積を、それぞれ $A_0$ と $A_1$ とする。金属棒に作用する仕事Wは、金属棒に作用する力Fと工具通過後の金属棒の変位の積で求められる。ここで、変位は金属棒の体積Vが加工中不変であることと、加工後の断面積が $A_1$ であることから、金属棒の加工後の最終的な長さに一致する。したがって、仕事は（⑥ \_\_\_\_\_）である。

次に、金属棒加工時の降伏応力 $Y$ が金属棒になす塑性仕事 $W_p$ を求める。ただし、剛完全塑性体より $Y$ は加工中一定である。金属棒の加工前と加工後の長さを、それぞれ $l_0$ と $l_1$ とする。剛完全塑性体より、加工中の任意の断面積 $A$ と長さ $l$ について $V = Al$ （一定）が成立する。任意の断面積 $A$ において降伏応力 $Y$ が作用するときの内力は、応力と内力の関係の定義より（⑦ \_\_\_\_\_）である。塑性仕事 $W_p$ は任意の断面積 $A$ における内力を、仕事の定義に従って、金属棒の微小線素 $dl$ について加工前から加工後までの範囲で積分すれば求められるから、

$$W_p = \int_{\text{(積分の下限值⑧)}}^{\text{(積分の上限值⑨)}} \text{(⑦)} dl \text{ となる。積分を解いて若干の変形を行い、塑性仕事 } W_p \text{ を最終的に } Y, V, A_0 \text{ と } A_1$$

の4つの記号で表せば（⑩ \_\_\_\_\_）となる。

最後に、金属棒に作用する仕事Wと金属棒の塑性仕事 $W_p$ が等しいことから、加工に必要な力Fの大きさを求めると（⑪ \_\_\_\_\_）となる。これより、特に $\frac{A_1}{A_0} = \text{(⑫)}$ の時に金属棒に作用する応力と降伏応力が一致することがわかる。



10. ロボット機構学

図のような水平面にある2自由度ロボットを考える。第1関節は並進関節であり、点Oからの変位を $r$ とする。第2関節は回転関節であり、その回転角を $q$ とする。第2リンクの長さを $a$ とし、点Oからみた手先位置を $(x \ y)^T$ で表す。このとき、次の設問に答えよ。

- (1) 手先位置 $x, y$ を関節変数 $r, q$ により表せ。
- (2) 関節速度を手先速度に関係付けるヤコビ行列を求めよ。
- (3) ロボットの手先が $x$ 方向のみに動ける壁に接触しているとする。この壁の重さは無視できる。バネ定数を $k$ とし、 $l = l_0$ の時にバネが自然長であるとする。今、ロボットが壁を押して平衡状態を保っているとする。そのときの第1, 2関節に必要な力・トルクを求めよ。但し、 $k = 2[\text{N/m}]$ ,  $a = 2[\text{m}]$ ,  $l = 3[\text{m}]$ ,  $l_0 = 2[\text{m}]$ ,  $h = 1[\text{m}]$ とし、壁と手先の間は十分滑らかとする。
- (4) 手先と壁の間にクーロン摩擦が存在し、その静摩擦係数を0.5とする。手先を $y$ 軸負方向に動かそうとする時、動く直前に第1, 2関節に必要な力・トルクを求めよ。但し、このときの姿勢は問題(3)と同じとする。

