

2010年2月11日実施

2010年度立命館大学大学院理工学研究科
博士課程前期課程
入学試験問題（専門科目）

物 理 型

【注意事項】

1. 解答は問題番号1、2、3・・・ごとに解答用紙1枚を使用すること。
2. 解答用紙には専攻名、課程、受験番号、氏名、問題番号を解答用紙すべてに記入すること。
3. 無記名答案は無効、問題用紙および解答用紙は持ち帰らないこと。
4. 解答用紙はホッチキス止めしてあるので、はずさないこと。
5. 専門科目の選択方法
問題用紙が事前に届け出ている型の問題であるか確認し、以下のような専門科目の選択方式に従って解答してください。

物 理 型： 電磁気学、量子力学、力学、統計力学の4問から2問選択。

6. 専門科目試験時間

- 数学型・物理型 13:00～15:00(120分)試験時間中の途中退室は認めない。
数学型・物理型以外 13:00～16:00(180分)試験時間中の途中退室は認めない。

立命館大学大学院理工学研究科（博士課程前期課程）

[専門科目] 物理型

1～4の中から2問選択して解答すること。

1. 電磁気学

電荷も電流も存在しない真空中での電磁波についての次の各問いに答えよ。

- (1) 電荷も電流も存在しない真空中でのマクスウェルの方程式を微分形で書け。
- (2) 場所 $r = (x, y, z)$ での時刻 t における電場と磁場のベクトルを成分表示すると
$$E(x, y, z, t) = (E_x(x, y, z, t), E_y(x, y, z, t), E_z(x, y, z, t))$$
$$B(x, y, z, t) = (B_x(x, y, z, t), B_y(x, y, z, t), B_z(x, y, z, t))$$
となる。これらの成分 ($E_x, E_y, E_z, B_x, B_y, B_z$) を使って (1) のマクスウェルの方程式を書き下せ。
- (3) 電場と磁場が x と y に依存しない、即ち z と t のみの関数であるとする。
 - (3-a) このとき電場と磁場の z 成分 (E_z と B_z) は空間・時間変化しない、即ち z にも t にも依存しないことを示せ。
 - (3-b) 電場と磁場の x, y 成分が満たす式を求めよ。
- (4) (3) と同様に電場と磁場が x と y に依存せず、さらに簡単のため、電場の z 成分と y 成分がゼロ ($E_y = E_z = 0$) であるとする。
 - (4-a) 磁場は、どの成分が電磁波に寄与するか。
 - (4-b) 電場の x 成分 E_x が満たす式を求めよ。
 - (4-c) 上の (4-b) で求めた条件を満たす電場の例を書き、このときの磁場を求めよ。
 - (4-d) 上の (4-c) で求めた電場・磁場を波 (電磁波) とみなしたとき、この波はどちら向きにどれだけの速さで進んでいるか。

立命館大学大学院理工学研究科（博士課程前期課程）

[専門科目] 物理型

1～4の中から2問選択して解答すること。

2. 量子力学

1. ハイゼンベルク演算子 $X(t)$ の運動方程式を与えよ.

2. 角運動量演算子 (J_x, J_y, J_z) に対する交換関係を用いて, 系のハミルトニアンが

$$H = aJ_x^2 + bJ_y^2 + cJ_z^2$$

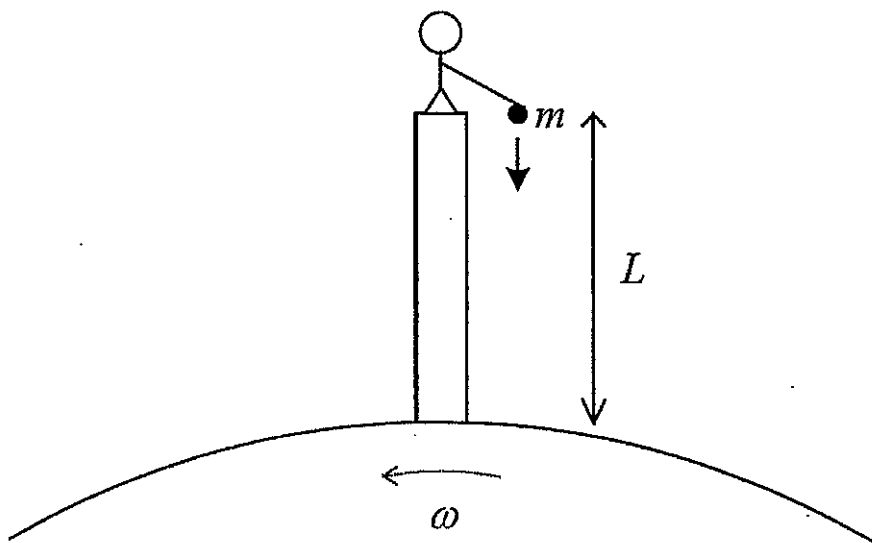
によって与えられる場合に, (J_x, J_y, J_z) に対する Heisenberg 運動方程式を導け.

1～4の中から2問選択して解答すること。

3. 力学

地球表面上に鉛直に塔を建て、その上から手を伸ばして質量 m の物体をそっと手放すとする（下図）。塔が高くなると、物体の運動は地球の自転の影響を受け、地球表面上での落下地点はだんだん塔から遠方になっていく。塔を赤道の上に立てるとして、以下の問いに答えよ。ただし、地球は半径 R の完全な球とし、地球表面における重力加速度を g 、地球表面から測った塔の高さを L 、地球の回転角速度を ω とする。また、物体は塔に当たらないよう落ちていき、空気の抵抗は無視できるものとする。

- (1) 物体が手放される瞬間の速さを式で表せ。
- (2) $L \ll R$ のとき、塔の真下の地点と落下地点の間の距離を式で表せ。
- (3) $L \ll R$ のとき、地球表面に衝突する瞬間の速さを式で表せ。
- (4) 塔を高くしていったとき、ある高さで物体は地球表面に落下せずに人工衛星となる。物体が円軌道を描いて人工衛星になる場合の塔の高さを式で表せ。
- (5) さらに塔を高くしていくと、物体は地球の重力を振り切って（地球表面における地球重力によって生じる位置エネルギー以上の運動エネルギーを得て）、太陽をまわる人工惑星となる。このような場合の最小の塔の高さを式で表せ。
- (6) このような高い塔を実際に建設しようとする際に問題となる技術的困難について、物理学的観点から簡潔に論じよ。



立命館大学大学院理工学研究科（博士課程前期課程）

[専門科目] 物理型

1～4の中から2問選択して解答すること。

4. 統計力学

N 個の同種原子からなる固体を考える。固体の原子は空間的に規則正しく並ぶ結晶格子をつくり、その平衡位置付近で微小振動しているとする。微小振動は phonon とよばれる粒子（エネルギー量子）の多体系である。Planck 定数を \hbar 、Boltzmann 定数を k_B とし、以下の問題に答えよ。

1. 非常に簡単化された模型を考える。各原子の微小振動は、独立した3個の1次元調和振動子（振動数 ω ）で表されたとする。振動のエネルギーは、 $E_n = \hbar\omega \left(n + \frac{1}{2}\right)$ で与えられる。ここに \hbar は Planck 定数、 $n = 0, 1, 2, \dots$ は量子数である。温度 T での分配関数 Z を求めよ。
2. この固体の比熱 C_V を求め、高温では古典統計力学の結果である Dulong-Petit の法則 $C_V = 3Nk_B$ がよい近似となることを示せ。
3. 低温では C_V はゼロに近づき Dulong-Petit の法則が成立せず、古典統計力学は正しい結果を与えないことを示せ。また、Dulong-Petit の法則が低温で成立しない理由を自由度の考えに基づき物理的に説明せよ。
4. phonon の化学ポテンシャルはゼロである。その物理的理由を述べよ。