2009年8月27日実施

２０１０年度立命館大学大学院理工学研究科
博士課程前期課程
入学試験問題（専門科目）

物　理　型

【注意事項】

1．解答は問題番号１、２、３・・ごとに解答用紙１枚を使用すること。
2．解答用紙には専攻名、課程、受験番号、氏名、問題番号を解答用紙すべてに記入すること。
3．無記名答案は無効、問題用紙および解答用紙は持ち帰らないこと。
4．解答用紙はホッチキス止めしてあるので、はずさないこと。
5．専門科目の選択方法
問題用紙が事前に届け出ている型の問題であるか確認し、以下のような専門科目の選択方式に従って解答してください。

物　理　型：電磁気学、量子力学、力学、統計力学の４問から２問選択。

6．専門科目試験時間

数学型・物理型	１３：００～１５：００（１２０分）	試験時間中の途中退室は認めない。
数学型・物理型以外	１３：００～１６：００（１８０分）	試験時間中の途中退室は認めない。

立命館大学大学院理工学研究科（博士課程前期課程）

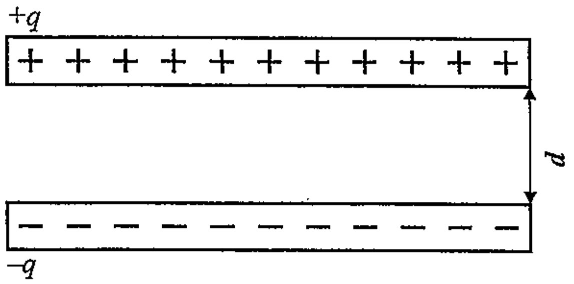
［専門科目］物理型

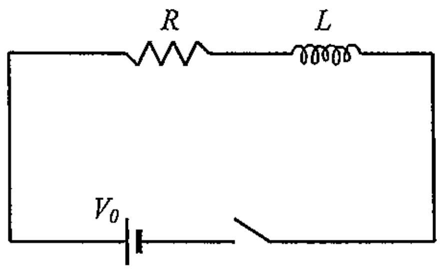
1～4の中から2問選択して解答すること。

1．電磁気学

表面積 S の金属板を２枚、左下図のように、真空中に平行に対置して置き（間隔 d)、上の極板に電荷 $+q$ を下の極板に $-q$ を一様に与えた。間隔 d に比して S が十分大とし、端の電場の漏れは無視して、(1) 極板内の電場を求めよ。ただし真空の誘電率を ε_0 とする。次に両極板の電荷を取り除いた後、微小電荷 dq を下の極板より上の極板に運び、最終的に上極板に $+q$ の電荷が貯まった。(2) この時なした仕事すなわち極板間に蓄積される全エネルギーとそのエネルギー密度を示せ。

右下図のような乾電池（起電力：V_0）と抵抗（R）およびインダクター（L）からなる回路がある。(3) 今スイッチを閉じた時、この回路に対する Kirchhoff の回路方程式を示せ（電流を I とする)。(4) この回路に対するエネルギー保存則を数式で示せ。今、インダクターは長さ l 、断面積 A、巻き数 N のソレノイドとする。(5) このインダクターに蓄積されるエネルギー密度を真空の透磁率 μ_0 と磁束密度 B で表せ。





立命館大学大学院理工学研究科（博士課程前期課程）

［専門科目］物理型

1～4の中から2問選択して解答すること。

2．量子力学

ハミルトニアン

$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{m\omega^2 x^2}{2}$$

で記述される量子化された1次元調和振動子を考える。ここで、座標x、運動量pは正準交換関係$[x,p]=i\hbar$を満たすエルミート演算子であり、m、ωは正の定数である。以下の問に解答せよ。解答に際しては計算過程をきちんと示すこと。（答えのみ書いた解答は認めない。）

(1) $a := \sqrt{\dfrac{m\omega}{2\hbar}}\left(x + \dfrac{i}{m\omega}p\right)$ とおくとき、aと$a^\dagger$の交換関係を求めよ。ここで$a^\dagger$はaのエルミート共役である。

(2) ハミルトニアンHをaと$a^\dagger$を用いて表せ。また、Hとa、$a^\dagger$の交換関係を求めよ。

(3) 状態$|0\rangle$を、

$$a|0\rangle = 0, \quad \langle 0|0\rangle = 1,$$

を満たすものと定義する。$\widetilde{|n\rangle} := (a^\dagger)^n|0\rangle$ (nは非負の整数) とおくとき、$\widetilde{|n\rangle}$がHの固有状態であることを示し、その固有値を求めよ。

(4) 内積$\widetilde{\langle n}\widetilde{|n\rangle}$を計算し、規格化された固有状態$|n\rangle \equiv A_n(a^\dagger)^n|0\rangle$ (A_nは求めるべき規格化因子) を求めよ。(規格化因子には位相の不定性があるが、その点を考慮する必要はない。)

(5) 規格化された固有状態$|n\rangle$に対する演算子x, pの行列要素

$$\langle m|x|n\rangle, \quad \langle m|p|n\rangle, \quad (m, n\ :\ \text{非負の整数})$$

を計算せよ。

(6) Hに摂動項$V = \lambda m\omega^2 x$ (λは小さな正の定数) を付け加える。摂動による固有状態$|n_0\rangle$ ($n_0 \geq 1$) のエネルギー固有値の補正ΔEを<u>λの2次まで</u>求めよ。

摂動論を用いても、摂動論に頼らず厳密なエネルギー固有値を求めて解答してもどちらでもよい。なお摂動論を用いる場合は、以下の公式を証明なしに利用してもよい：

[縮退のない場合の時間によらない摂動論]

1次摂動：

$$\Delta E = \langle n_0|V|n_0\rangle,$$

2次摂動：

$$\Delta E = \sum_{n\neq n_0} \frac{\langle n_0|V|n\rangle\langle n|V|n_0\rangle}{E_{n_0} - E_n},$$

(E_nは無摂動ハミルトニアンに対する固有状態$|n\rangle$の固有値)

立命館大学大学院理工学研究科（博士課程前期課程）

［専門科目］物理型

1～4の中から2問選択して解答すること。

3．力学

質量 m の物体が以下の運動方程式に従って，1次元の運動を行っている．

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx - \eta\frac{dx}{dt} + f(t)$$

但し，k はこの物体が受ける復元力の強さを表わす正の定数，η は速度に比例した抵抗力の強さを表わす正の定数，$f(t)$ は外部から強制的に加えた時間とともに変化する力である．

1) $f(t) = 0$ の場合に，この物体の運動を議論せよ．但し，必要に応じて場合分けを行うこと．

2) $f(t) = f_0 \sin \omega t$ (ω, f_0 は正の定数) である場合に，この物体の運動を議論せよ．特に，長時間側での振る舞いについての議論を含むこと．

立命館大学大学院理工学研究科（博士課程前期課程）

［専門科目］物理型

1～4の中から2問選択して解答すること。

4．統計力学

図のように二次元面内を回転する q と $-q$ の点電荷から成る微視的な電気双極子が E なる電場の中におかれ熱的に揺らいでいる。電荷間の間隔を d とし、双極子が電場となす角度を θ とする。

(1) 温度を T とする。微小角度を $d\theta$ として双極子が $\theta \sim \theta + d\theta$ を向く確率はどうなるか?

(2) この電気双極子がもつ平均電気分極 P は1双極子あたりどのようになるか?

上の問題を解くにあたって必要ならば三角関数を下図のようなステップ関数で近似してよい。即ち、図のように $\cos x$ なら x が区間 $[0, \pi/2], [3/2\pi, 2\pi]$ にいる時を1その他の区間にいる時に-1なる値を取る階段関数で、$\sin x$ なら区間 $[0, \pi]$ で1、その他で-1をとる階段関数で近似する。